

Mecânica dos Fluidos I

Professor

Cristiano Fiorilo de Melo
(cristiano.fiorilo@ufabc.edu.br)

CECS – UFABC

Solicita-se intercâmbio.

Mecânica dos Fluidos ou dos Fluídos?

- ▶ Fluido (flui-do) é designação genérica para corpos nos estados líquido e gasoso (definições mais abrangentes serão dadas a seguir).
- ▶ Fluído (Flu-í-do) é particípio do verbo fluir.

Exemplos:

O gás tinha fluído de um recipiente para o outro, quando a válvula foi fechada.

Preciso trocar o fluido do freio.

Portanto, é Mecânica dos Fluidos.



AVISO

**ESTES *SLIDES* NÃO SUBSTITUEM
A LEITURA DE UM BOM LIVRO
DE MECÂNICA DOS FLUIDOS.**

Ementa

- 1. Conceitos básicos relacionados ao estudo da Mecânica dos fluidos.**
- 2. Estática dos fluidos.**
- 3. Dinâmica dos fluidos elementar e equação de Bernoulli.**
- 4. Cinemática dos fluidos.**
- 5. Análise com volumes de controle finitos (análise integral dos escoamentos).**
- 6. Análise diferencial dos escoamentos (equações de Navier – Stokes).**

Obs. Ementa elaborada para os cursos trimestrais (entre 12 e 13 semanas) da UFABC.

Bibliografia Básica

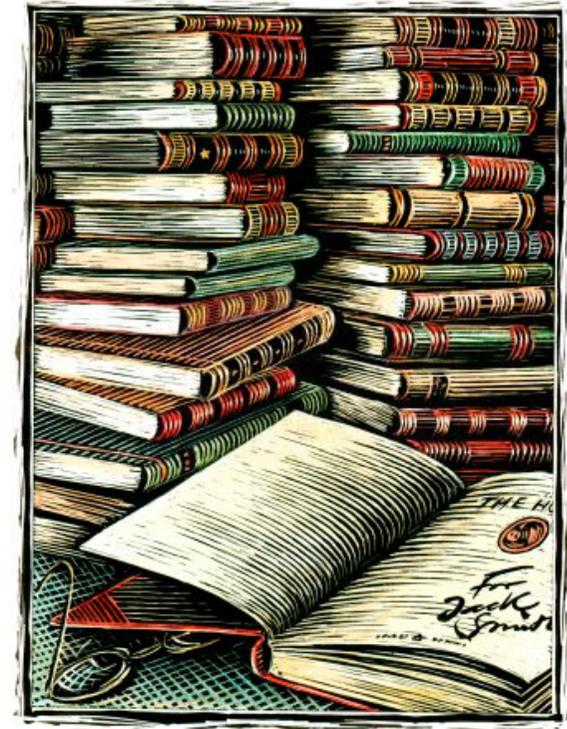
1. Uma Introdução Concisa à Mecânica Dos Fluidos, 2. Ed. D. F. Young, B. R. Munson, T. H. Okiishi, Edgard Blücher.

2. Introdução à mecânica dos fluidos, 4ª ed. R. W. Fox e A. T. McDonald. LTC - Livros Técnicos e Científicos.

3. An Introduction to Fluid Dynamics, G.K. Batchelor, Cambridge Mathematical Library.

4. Fluid Mechanics, 4ª Ed. P. K. Kundu e I. M. Cohen, Academic Press.

5. Mecânica dos Fluidos, M. C. Potter e D. C. Wiggert, Thomson.



Capítulo 1 – Conceitos básicos

1.1 Introdução

O que estuda a Mecânica dos Fluidos?

Mecânica é a parte da Física que estuda o movimento dos corpos e suas causas.

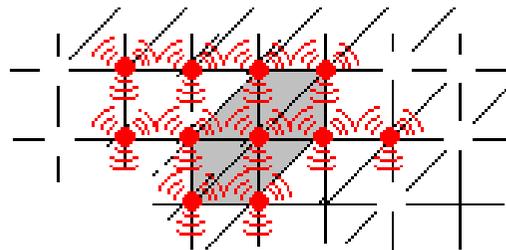
Fluido (definição 1) é a designação genérica de corpos que estão nos estados líquido ou gasoso.

Portanto, a Mecânica dos Fluidos estuda o comportamento dos líquidos e gases em movimento e, também, em repouso.

Estados de agregação da matéria

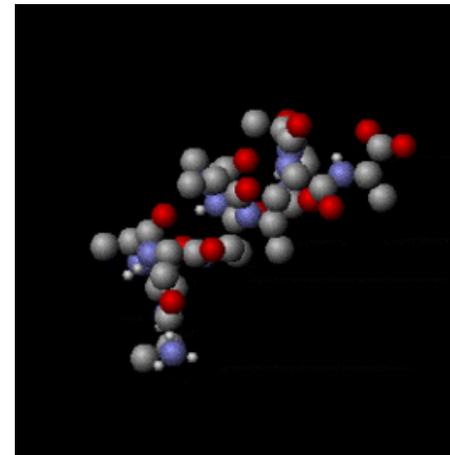
Sólidos

- ▶ São substâncias que se caracterizam pela existência de uma disposição espacial regular de suas partículas constitutivas (átomos, íons ou moléculas). Esta estrutura é chamada de rede cristalina.
- ▶ As moléculas estão fortemente unidas, mas se movem em torno de uma posição de equilíbrio. Isto implica em forma (rígida) e volume bem definidos.



Sólido

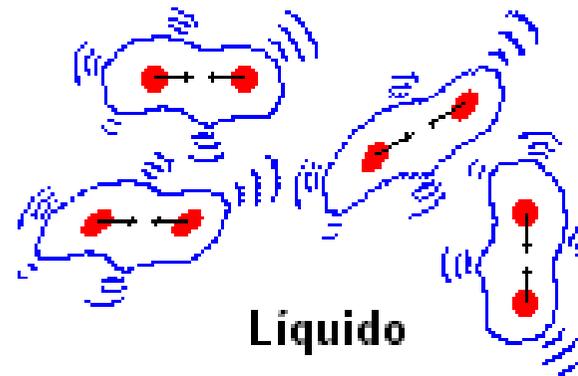
Estrutura cristalina rígida



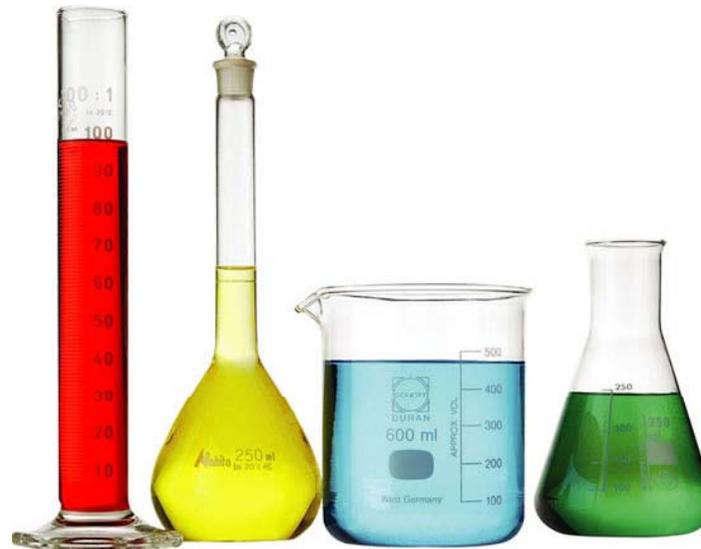
Agitação
térmica.

Líquidos

- ▶ As moléculas de um líquido estão muito próximas, porém, mais afastadas do que as de um sólido. Um líquido não tem rede cristalina.
- ▶ As interações entre as moléculas também são bastante intensas, mas menores do que as observadas nos sólidos. As interações entre as moléculas dos líquidos se manifestam como forças de van der Waals.
- ▶ As moléculas têm liberdade para se movimentarem entre os espaços livres existentes entre elas (vacâncias).
- ▶ A disposição molecular de um líquido é regular apenas a curta distância.



- ▶ **Macroscopicamente, os líquidos se caracterizam por não apresentarem forma própria (nem rígida, portanto). Possuem a forma do recipiente que os contêm.**
- ▶ **Porém, têm volume constante, e são pouco compressíveis (definição mais abrangente de compressibilidade será dada a seguir).**

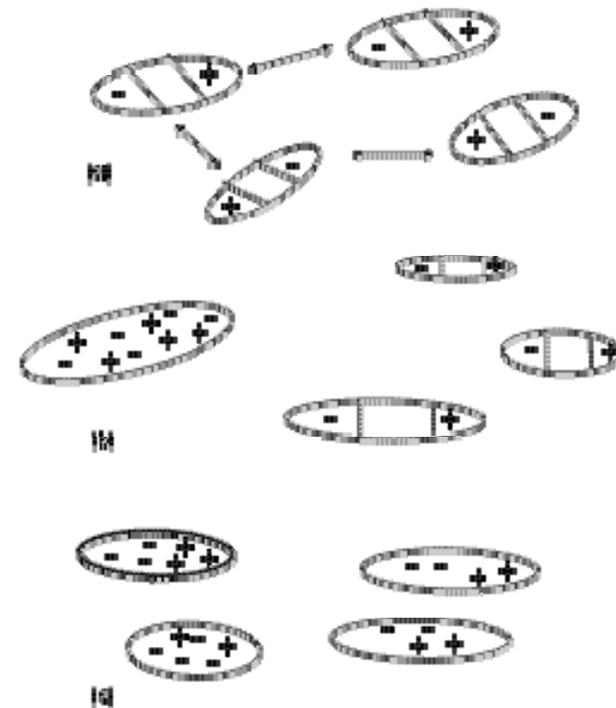


Forma indefinida e volume constante.

Força de van der Waals

- ▶ Designação genérica das forças de interações entre moléculas neutras.
- ▶ Provenientes de interações entre dois dipolos permanentes, entre dois dipolos induzido ou entre moléculas polares permanentes.
- ▶ É uma força de curto alcance e decresce rapidamente com a distância entre as moléculas.

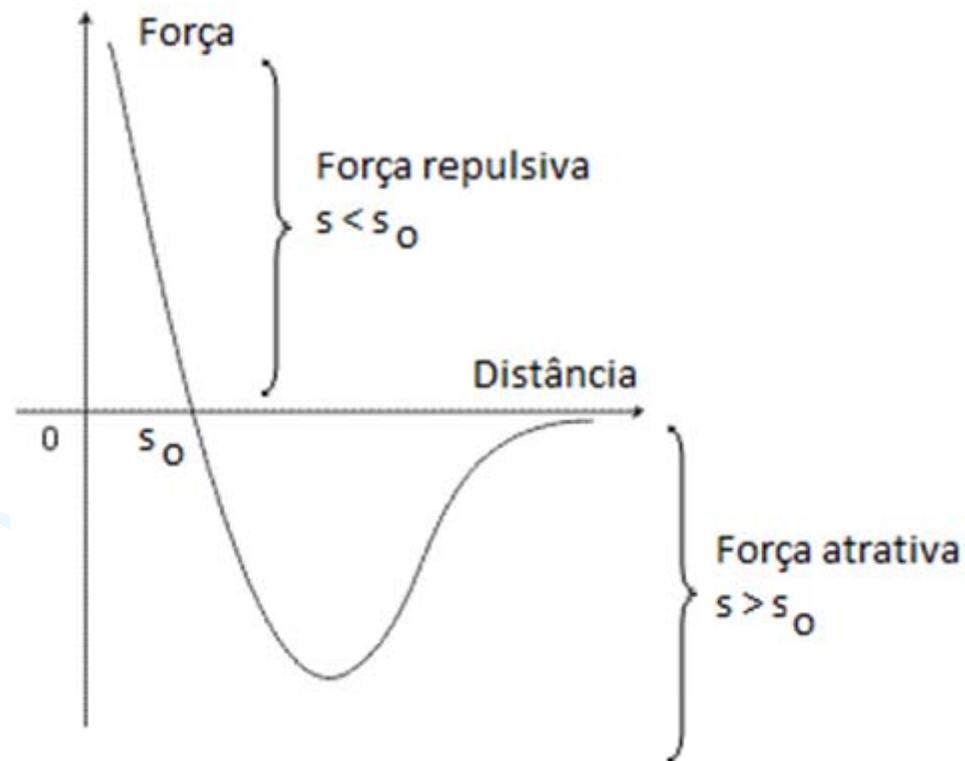
(a) Forças de orientação (entre dois dipolos). (b) Força de indução (entre dipolos induzidos). (c) Força de dispersão (entre moléculas polares permanentes). ▶



► Em geral, as forças de van der Waals têm a forma

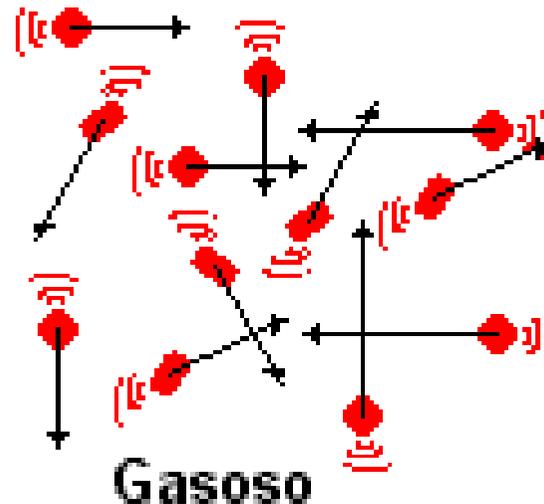
$$F_{\text{vdW}} \propto |1/s^7|$$

Onde s é a distância entre as moléculas.



Gases

- ▶ Estado caracterizado pela desorganização espacial de suas partículas constitutivas (átomos, íons ou moléculas).
- ▶ As interações entre as moléculas são fracas e as partículas estão em constante movimento, devido à agitação térmica, que é caótico e não tem direção preferencial.



- 
- ▶ **As velocidades das moléculas são diferentes e obedecem a distribuição de Maxwell-Boltzmann. A velocidade média das moléculas de um gás é dada por**

$$V_M = (8RT/\pi M)^{1/2}$$

Onde R é a constante universal dos gases, T é a temperatura absoluta e M é a massa molecular do gás.

- ▶ **Macroscopicamente, os gases não têm forma nem volumes próprios. A forma e o volume são as dos recipientes que os contêm.**
- ▶ **Gases se dividem em ideais e reais.**
- ▶ **Gases ideais obedecem a equação: $PV = nRT$. Onde n é o número de mols.**

▶ A Física admite, embora sem consenso geral, outros três estados de agregação da matéria. São eles:

Plasma

▶ Trata-se de um gás rarefeito em que existem íons e elétrons livres, com densidade de carga elétrica média nula.

▶ Elétrons e íons, neste estado, têm energias muito elevadas, correspondentes a temperaturas termodinâmicas muito altas (acima de 10000°C).

▶ Para que se mantenham nesse estado, é necessário fornecer energia continuamente aos elétrons e íons para evitar a combinação. Em geral, isto é feito mediante um campo elétrico.

▶ Em geral, são obtidos a partir do fornecimento de energia, calor por exemplo, a uma massa gasosa até que ela atinja temperaturas muito elevadas.

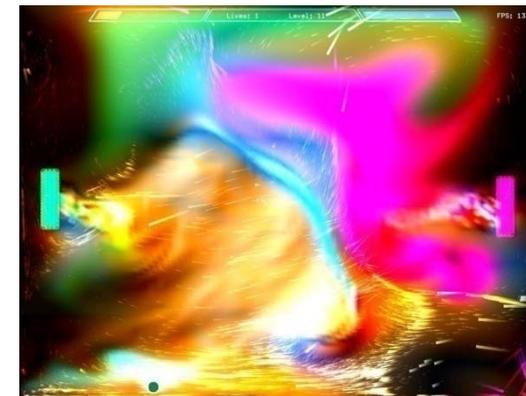
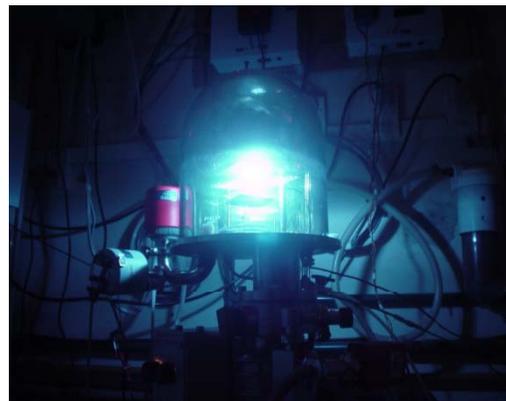
► O plasma sempre emite luz ao ser excitado por alguma fonte de energia campos elétricos e magnéticos. As auroras polares são bons exemplos disso.



↑ Presente nas estrelas, raios e auroras polares

...

... ou produzido em laboratórios →



Condensado de Bose-Einstein

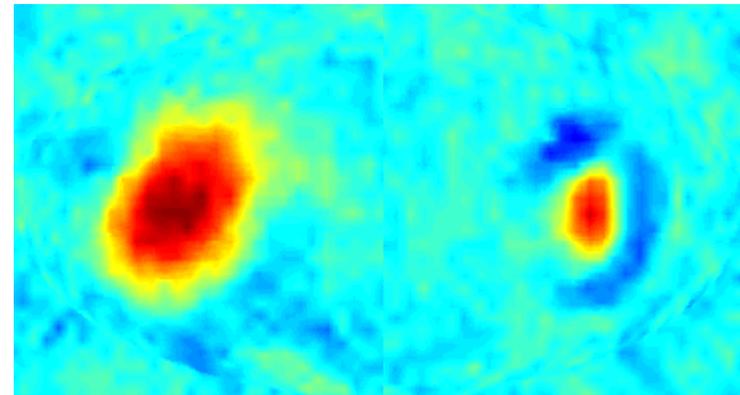
► Corresponde a bósons a uma temperatura muito baixa, próxima do zero absoluto ($\cong -273^{\circ}\text{C}$).

Bosons são quaisquer partículas elementares que obedecem à estatística (ou distribuição) de Bose-Einstein, isto é, partículas às quais são associadas funções de ondas simétricas. Por exemplo, fótons, mesons pi, mesons capa e as respectivas anti-partículas.

Fermions são as partículas elementares que não obedecem à estatística (ou distribuição) de Bose-Einstein. Aos férmions são associadas funções de onda anti-simétricas e à estatística de Fermi-Dirac. São exemplos, neutrino, elétron, meson mu, próton, nêutron, as partículas lâmbda, csi, sigma, ômega, e as respectivas anti-partículas.

► No condensado de Bose-Einstein uma grande quantidade de átomos têm o mais baixo estado quântico possível. Este estado foi previsto por Einstein em 1925.

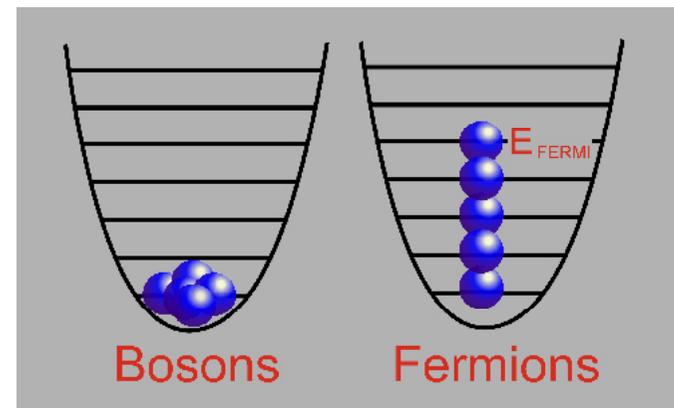
- ▶ **Algumas literaturas chamam o condensado de Bose-Einstein de fluido de baixa temperatura, ou super fluido.**
- ▶ **Suas propriedades ainda não estão bem entendidas.**
- ▶ **Um fenômeno interessante associado ao condensado de Bose-Einstein é o fluxo espontâneo para fora do seu recipiente. Com a menor energia possível, os bósons podem superar a gravidade devido às forças de coesão entre o fluido e as paredes do recipiente e tomariam a posição mais favorável, ou seja, em torno do recipiente.**



Condensado fermiônico

- ▶ Ocorreria quando a matéria fosse aquecida a ponto de suas moléculas ficarem completamente livres e todas com o mesmo estado quântico.
- ▶ Férmions são essencialmente “solitários”. Isto é, nenhum férmion poderá estar exatamente no mesmo estado quântico que outro férmion.
- ▶ Por isso, o condensado fermiônico é, do ponto de vista físico, ainda, um paradoxo, pois corresponderia a férmions completamente livres e no mesmo estado quântico.
- ▶ Também são chamados de super fluido.

Comparação entre Bosons (mesmo estado de energia) e Fermions (cada um em um estado quântico).



Histórico...

▶ **A Mecânica dos Fluidos é um dos ramos mais antigos e fortes da Física.**

▶ **Sem desmerecer sábios mais antigos, o grego Arquimedes de Siracusa (287 a.C. a 212 a.C) que, entre outras contribuições às ciências, foi um dos fundadores da hidrostática.**

▶ **A Mecânica dos Fluidos moderna teve início no século XVIII com dois grandes físicos e matemáticos suíços:**

- **Daniel Bernoulli (1700 – 1782).**

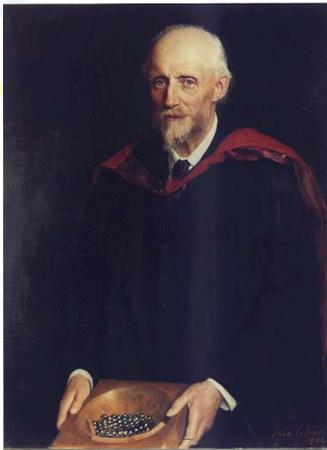
- **Leonard Euler (lê-se Oilã) (1707 – 1783).**

▶ **Eles aplicaram as leis de Newton formuladas para partículas (corpos rígidos) aos líquidos (meios contínuos).**



Arquimedes

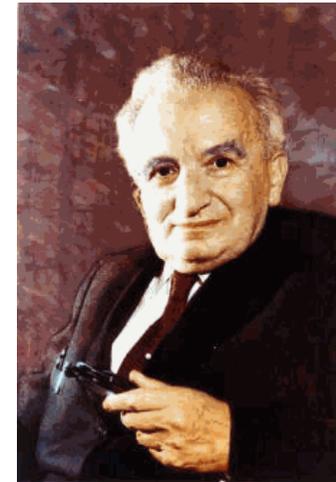
- ▶ Até o começo do século XX, a Mecânica dos Fluidos era estudada por engenheiros hidráulicos e matemáticos.
- ▶ Os engenheiros trabalhavam empiricamente, e os matemáticos de forma analítica. Não havia interação entre eles.
- ▶ O engenheiro Osborne Reynolds (1842 – 1912), o físico alemão Ludwig Prandtl (1875 – 1912) e o engenheiro húngaro Theodore von Kármán (1881 – 1963) conseguiram unir os conhecimentos empírico e analítico.



O. Reynolds



L. Prandtl

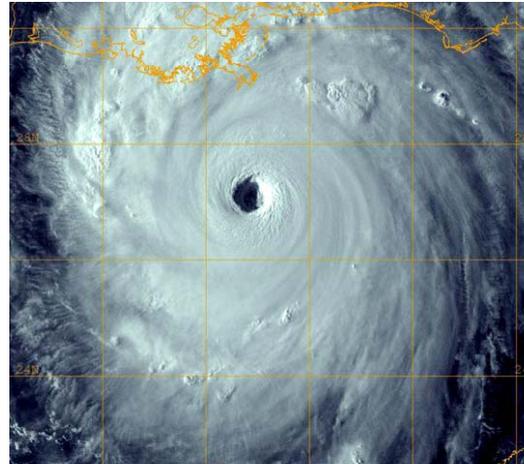


T. Kármán

Problemas de Mecânica dos Fluidos!



Dispersão de poluentes



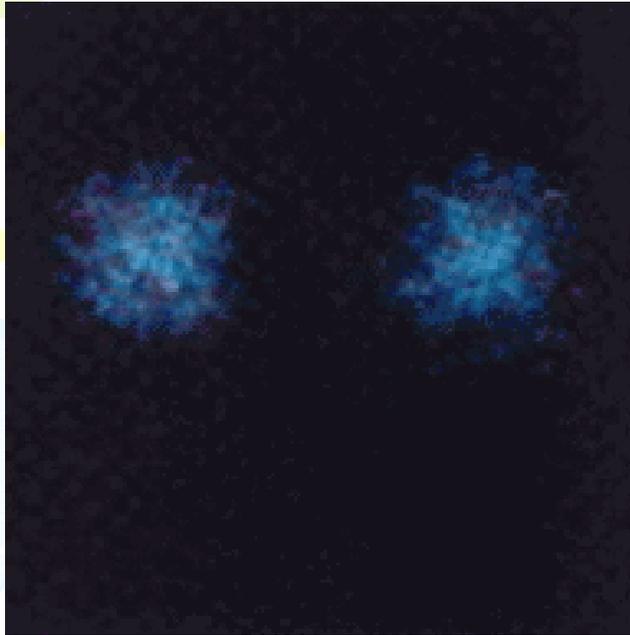
Meteorologia:

Furacão Katrina
25/08/2005

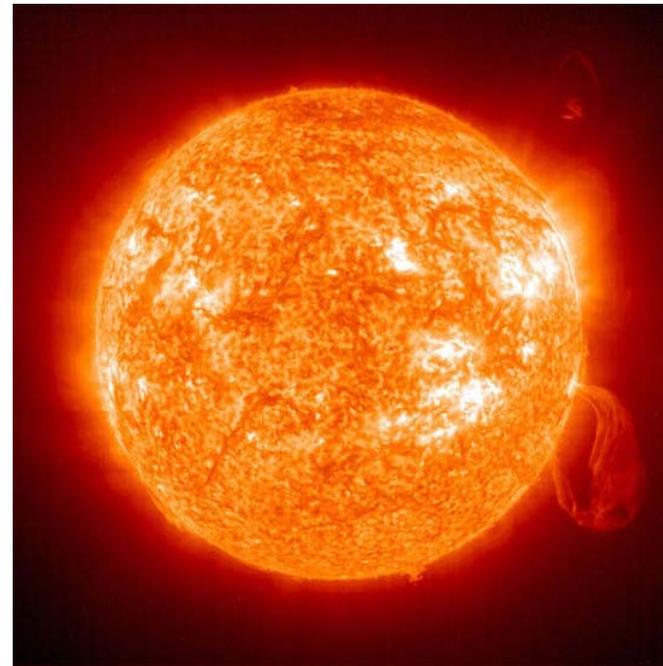
Tacoma Bridge
(1940):

Interações fluido
estruturas

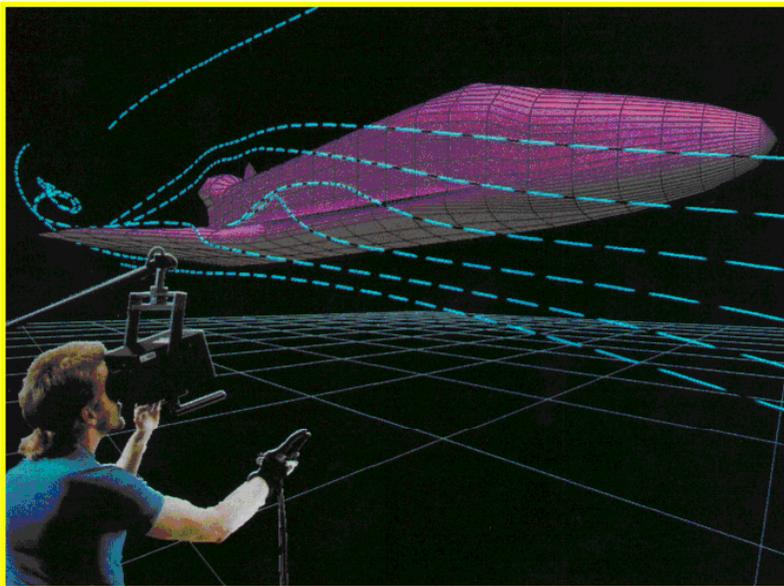
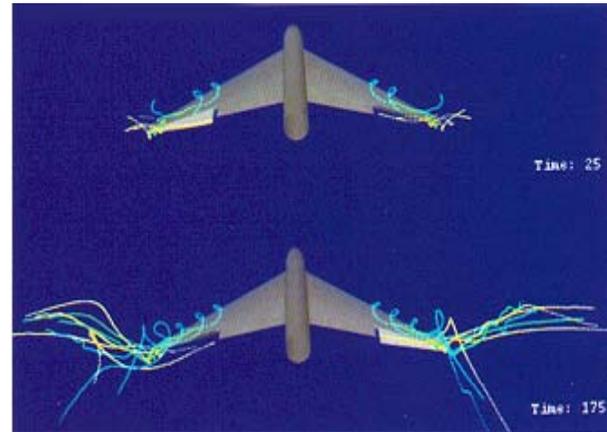
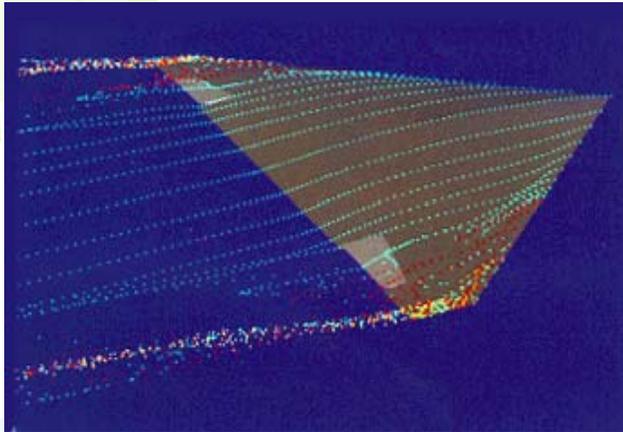




Simulações computacionais que levam em conta dinâmica dos fluidos...

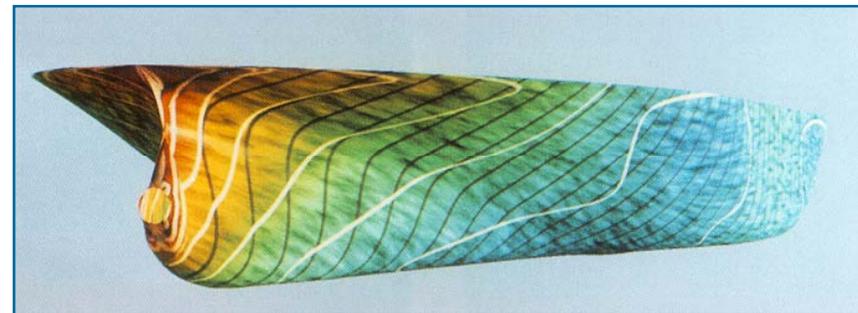


... E no estudo da dinâmica das explosões solares, por exemplo.

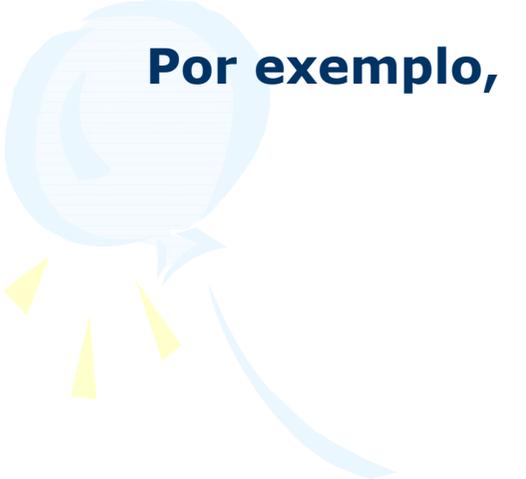


Aerodinâmica.

Hidrodinâmica.

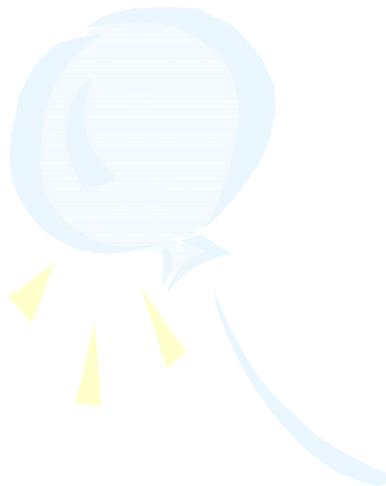


- 
- ▶ **Alguns problemas envolvendo Mecânica dos Fluidos são complexos, estão no limite do conhecimento e, ainda, carecem de classificação e explicação...**



Por exemplo,





- ▶ **Outros estão relacionados às políticas públicas (ou a falta delas).**

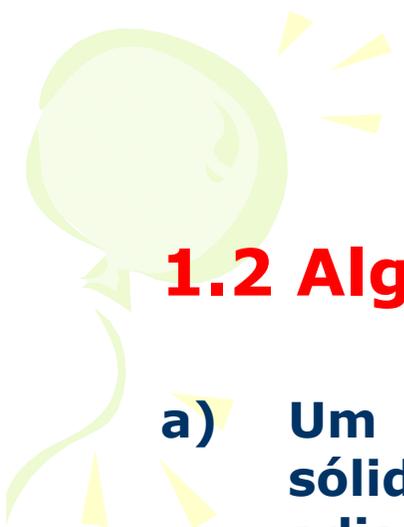


◀ São Paulo, 1929.



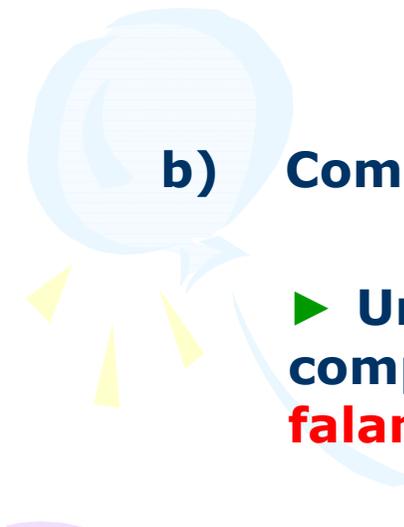
São Paulo, 2010. ▶





1.2 Algumas propriedades dos Fluidos

a) Um fluido não exerce forças tangenciais sobre os sólidos imersos neles (entenderemos isso mais adiante).



b) Compressibilidade:

▶ Um Fluido é compressível se o seu volume pode ser comprimido até um determinado limite (**estamos falando de gases**).



▶ Um Fluido é incompressível se o seu volume só admite compressões muito pequenas (**estamos falando de líquidos**).



A compressibilidade está relacionada com as intensidades das forças entre as moléculas.

▶ **Sólidos:** a intensidade das forças entre as moléculas é grande => forma rígida e incompressível (quebra ou sofre deformação, mas não escoa)

▶ **Líquidos:** a intensidade é menor => certa liberdade de movimento, volume fixo, deformação e escoamento contínuos, e compressibilidade muito pequena.

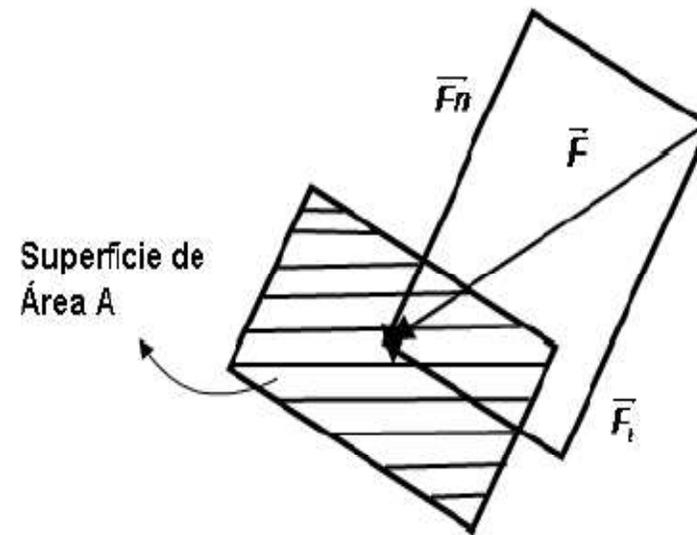
▶ **Gases:** a intensidade das forças entre as moléculas é fraca => grande liberdade de movimento das moléculas, deformação e escoamento contínuos, e alta compressibilidade.

Fluidos (definição complementar)

► Podem ser definidos como uma substância que sofre deformação contínua e **ESCOA**, quando submetida a uma tensão de cisalhamento.

► Tensão de cisalhamento corresponde a uma força por unidade de área criada quando uma força tangencial atua numa superfície.

\mathbf{F}_t/A é a tensão de cisalhamento que atua sobre a superfície, paralelamente ao ponto de aplicação Da força \mathbf{F} .



Grandezas físicas importantes na análise do movimento dos Fluidos.

- ▶ **Velocidade;**
- ▶ **Pressão**
- ▶ **Massa;**
- ▶ **Tempo;**
- ▶ **Temperatura.**

▶ **Estas grandezas variam de forma contínua através de um Fluido, esteja ele em equilíbrio (repouso) ou em movimento.**

▶ **Isto significa que trataremos os Fluidos como meios contínuos.**

1.3 Dimensão, Homogeneidade dimensional e Unidades

- ▶ A Física possui 7 grandezas fundamentais. Cada uma define uma dimensão que é simbolizada por uma letra maiúscula.
- ▶ 4 grandezas são importantes na Mecânica dos Fluidos.

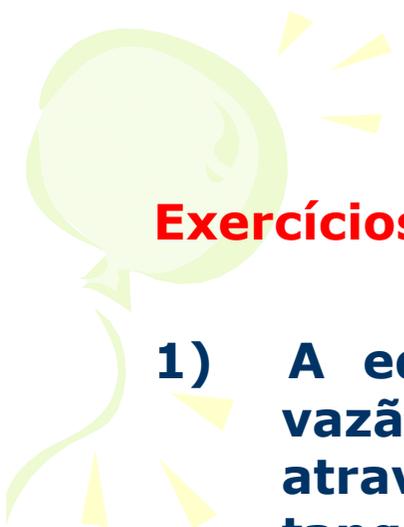
| Grandeza fundamental - dimensão | Símbolo dimensão | Símbolo (SI) |
|---------------------------------|------------------|--------------|
| Comprimento | L | m |
| Massa | M | g |
| Tempo | T | s |
| Temperatura | Θ | K |

- ▶ As outras três são: Corrente elétrica (A - *Ampere*), Intensidade luminosa (cd - *candela*) e quantidade de substância (mol - *mol*).

► Tabelas de dimensões associadas a algumas quantidades Física usuais

| | <i>FLT</i> System | <i>MLT</i> System |
|--------------------------|----------------------|----------------------|
| Acceleration | LT^{-2} | LT^{-2} |
| Angle | $F^0L^0T^0$ | $M^0L^0T^0$ |
| Angular acceleration | T^{-2} | T^{-2} |
| Angular velocity | T^{-1} | T^{-1} |
| Area | L^2 | L^2 |
| Density | $FL^{-4}T^2$ | ML^{-3} |
| Energy | FL | ML^2T^{-2} |
| Force | F | MLT^{-2} |
| Frequency | T^{-1} | T^{-1} |
| Heat | FL | ML^2T^{-2} |
| Length | L | L |
| Mass | $FL^{-1}T^2$ | M |
| Modulus of elasticity | FL^{-2} | $ML^{-1}T^{-2}$ |
| Moment of a force | FL | ML^2T^{-2} |
| Moment of inertia (area) | L^4 | L^4 |

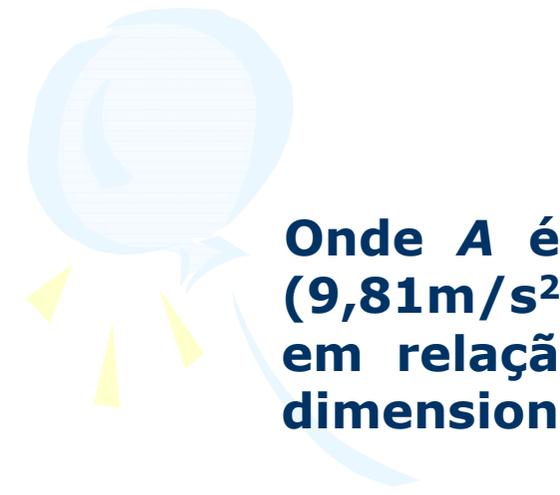
| | | |
|--------------------------|------------------------|------------------------|
| Moment of inertia (mass) | FLT^2 | ML^2 |
| Momentum | FT | MLT^{-1} |
| Power | FLT^{-1} | ML^2T^{-3} |
| Pressure | FL^{-2} | $ML^{-1}T^{-2}$ |
| Specific heat | $L^2T^{-2}\Theta^{-1}$ | $L^2T^{-2}\Theta^{-1}$ |
| Specific weight | FL^{-3} | $ML^{-2}T^{-2}$ |
| Strain | $F^0L^0T^0$ | $M^0L^0T^0$ |
| Stress | FL^{-2} | $ML^{-1}T^{-2}$ |
| Surface tension | FL^{-1} | MT^{-2} |
| Temperature | Θ | Θ |
| Time | T | T |
| Torque | FL | ML^2T^{-2} |
| Velocity | LT^{-1} | LT^{-1} |
| Viscosity (dynamic) | $FL^{-2}T$ | $ML^{-1}T^{-1}$ |
| Viscosity (kinematic) | L^2T^{-1} | L^2T^{-1} |
| Volume | L^3 | L^3 |
| Work | FL | ML^2T^{-2} |



Exercícios

- 1) A equação usualmente utilizada para determinar a vazão em volume Q do escoamento de um líquido através de um orifício localizado na lateral de um tanque é

$$Q = 0,61A\sqrt{2gh}$$



Onde A é a área do orifício, g é a gravidade local ($9,81\text{m/s}^2$) e h é a altura da superfície livre do líquido em relação ao orifício. Investigue a homogeneidade dimensional da equação.

Solução

$$Q = \text{vazão em volume} = \frac{\text{volume}}{\text{tempo}} \doteq L^3 T^{-1}$$

$$A = \text{Área} \doteq L^2$$

$$h = \text{altura} \doteq L$$

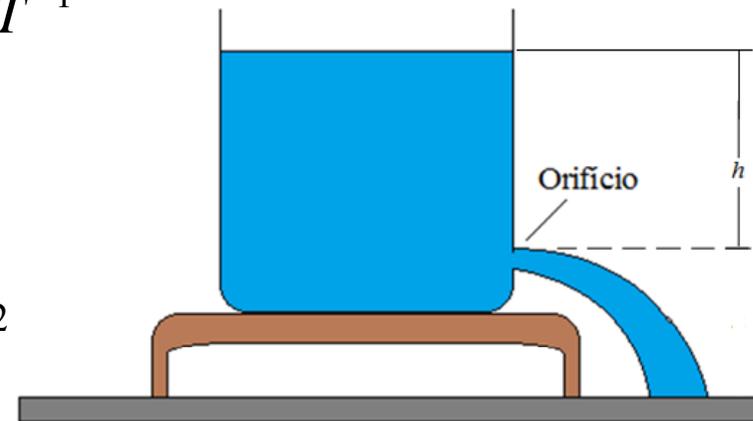
$$g = \text{aceleração da gravidade} \doteq L T^{-2}$$

Assim, em

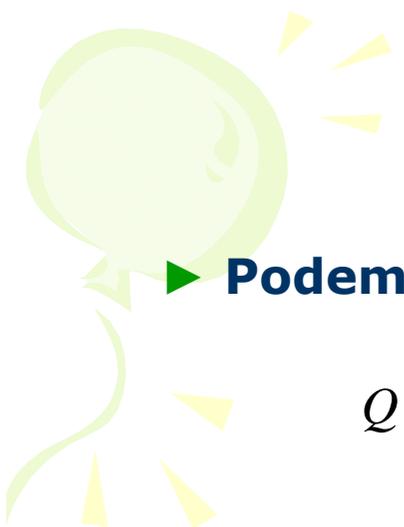
$$Q = 0,61A\sqrt{2gh}, \text{ teremos,}$$

$$L^3 T^{-1} \doteq 0,61L^2 (2L T^{-2} L)^{1/2} \doteq 0,86L^2 (L^2 T^{-2})^{1/2}$$

$$L^3 T^{-1} \doteq 0,86L^2 L T^{-1} \doteq 0,86L^3 T^{-1}$$



► Este resultado mostra que a equação é dimensionalmente homogênea.



► **Podemos simplificar a expressão**

$$Q = 0,61A\sqrt{2gh}, \text{ considerando,}$$

$$Q = 0,61A\sqrt{2gh} = 0,61 \times \sqrt{2 \times 9,81} \times A \times \sqrt{h}$$

$$Q = 2,70A\sqrt{h}$$

Daí,

$$L^3T^{-1} \doteq L^2(L)^{1/2} \doteq 2,70L^{5/2}$$



► **Esta equação só pode ser dimensionalmente correta se o número 2,70 representar um coeficiente de dimensão $L^{1/2} T^{-1}$.**



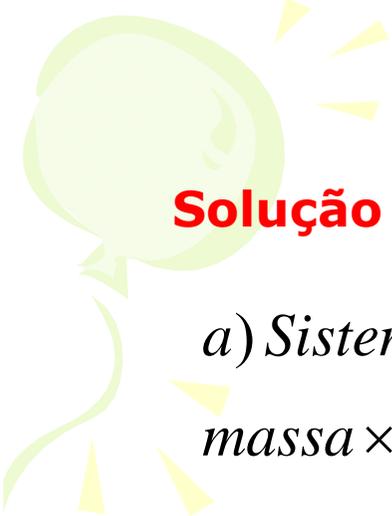
2) Determine as dimensões tanto no sistema *FLT* quanto no *MLT* para: a) o produto da massa pela velocidade; b) o produto da força pelo volume e c) da energia cinética dividida pela área.

- 
- ▶ Sistema *FLT* – Força, comprimento e Tempo.
 - ▶ Sistema *MLT* – Massa, comprimento e tempo.

Relação fundamental entre eles:

$$F \doteq \text{Força} \doteq \text{massa} \times \text{aceleração} \doteq MLT^{-2}$$

$$F \doteq MLT^{-2} \quad \text{ou} \quad M \doteq FT^2L^{-1}$$



Solução

a) *Sistema FLT :*

$$\text{massa} \times \text{velocidade} \doteq (FT^2 L^{-1})(LT^{-1}) = FT \quad (\text{momento linear})$$

Sistema MLT :

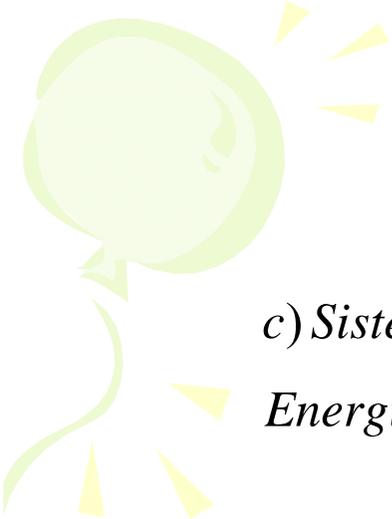
$$\text{massa} \times \text{velocidade} \doteq (M)(LT^{-1}) = MLT^{-1} \quad (\text{momento linear})$$

b) *Sistema FLT :*

$$\text{Força} \times \text{volume} \doteq (F)(L^3) = FL^3$$

Sistema MLT :

$$\text{Força} \times \text{volume} \doteq (MLT^{-2})(L^3) = ML^4 T^{-2}$$



c) *Sistema FLT :*

$$\text{Energia cinética} \div \text{área} \doteq (FL)(L^{-2}) = FL^{-1}$$

Sistema MLT :


$$\text{Energia cinética} \div \text{área} \doteq (ML^2T^{-2})(L^{-2}) = MT^{-2}$$



3) Se P é uma força, e x um comprimento, quais serão as dimensões no sistema FLT de:

a) dP/dx ,

b) d^3P/d^3x ,

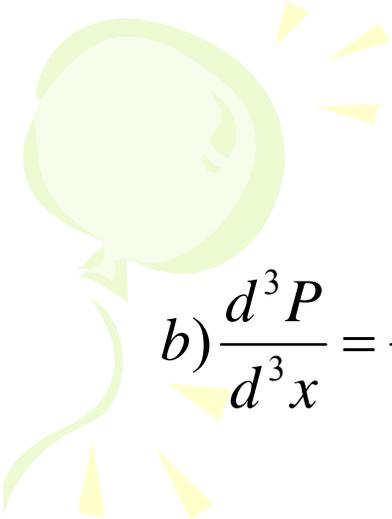
c) $\int Pdx$.

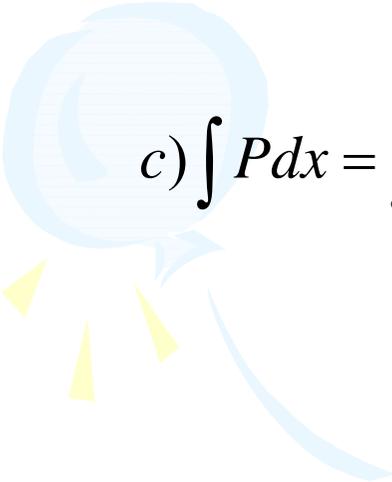
Solução

No sistema FLT , $P \doteq F$



a) $\frac{dP}{dx} = \frac{dF}{dL} \doteq \begin{cases} FL^{-1} \\ MT^{-2} \end{cases} \text{ (Sistema } MLT)$


$$b) \frac{d^3 P}{d^3 x} = \frac{d}{dL} \left[\frac{d}{dL} \left(\frac{dF}{dL} \right) \right] \doteq \frac{d}{dL} [FL^{-2}] \doteq \begin{cases} FL^{-3} \\ ML^{-1}T^{-2} \text{ (Sistema MLT)} \end{cases}$$


$$c) \int P dx = \int F dL \doteq \begin{cases} FL \\ ML^2T^{-2} \text{ (Sistema MLT)} \end{cases}$$



Para casa

- 4) **As combinações adimensionais de certas quantidades (denominadas parâmetros adimensionais) são muito importantes na Mecânica dos Fluidos. Construa cinco parâmetros adimensionais a partir das quantidades apresentadas na tabela 1.1**



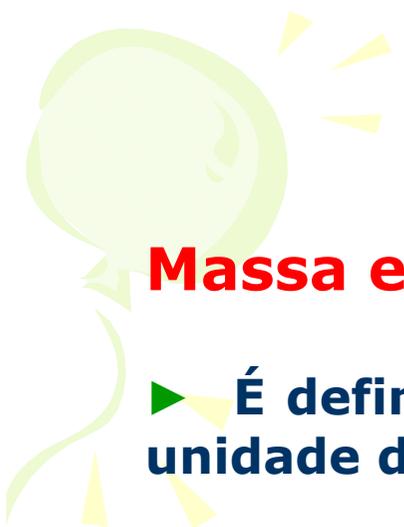
Sistemas de Unidades

- 
- ▶ **Apresentação adicional do IPEM-SP**
 - ▶ **Material para leitura -> disponibilizado no site.**

1.4 Análise do comportamento dos Fluidos

Divisões da Mecânica dos Fluidos:

- ▶ **Estática dos Fluidos (Hidrostática) -> estuda as propriedades e características dos fluidos em repouso.**
- ▶ **Dinâmica dos Fluidos (Hidrodinâmica) -> estuda as propriedades e características dos fluidos em movimento.**
- ▶ **Algumas grandezas precisam ser definidas para melhor compreensão dessas propriedades e características.**



Massa específica:

▶ É definida como a massa de substância contida em uma unidade de volume.

Símbolo: ρ

Unidade no SI: kg/m^3

Dimensão: ML^{-3}

$$\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

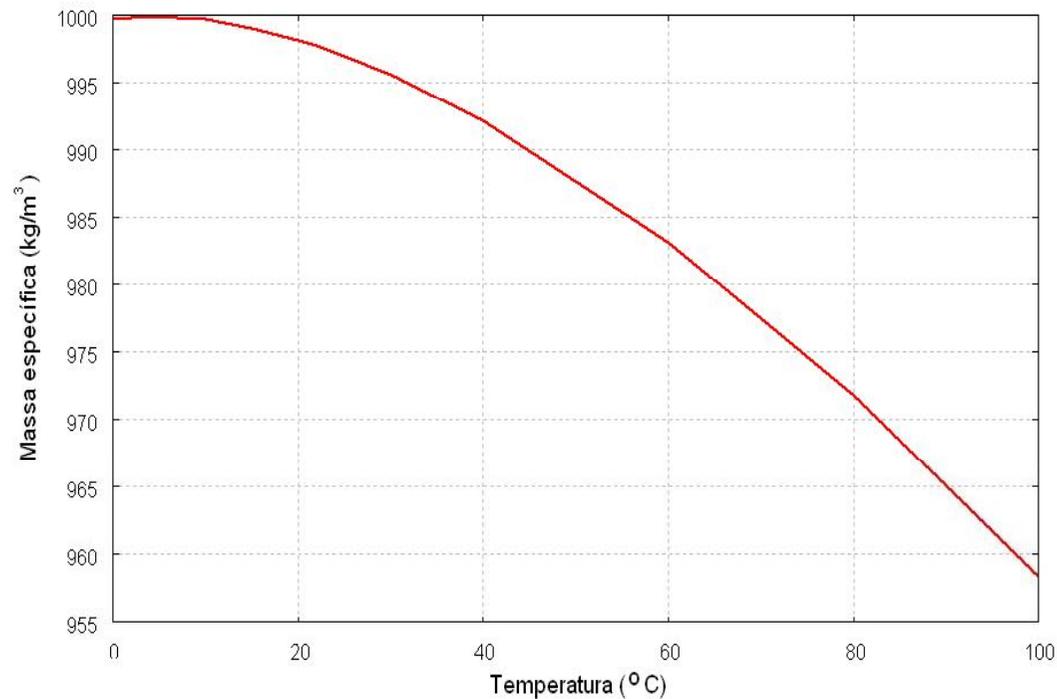
▶ É utilizada para caracterizar a massa de um sistema fluido.

▶ Varia pouco em função da temperatura para os líquidos e muito para os gases.





► **Discussão para água.**



| Temperatura (°C) | Massa em 1 m ³ (kg) |
|------------------|--------------------------------|
| 0 | 999,70 |
| 4 | 1000 |
| 10 | 999,70 |
| 15 | 999,10 |
| 20 | 998,21 |
| 25 | 997,77 |
| 30 | 995,65 |
| 40 | 992,20 |
| 60 | 983,20 |
| 80 | 971,80 |
| 100 | 958,40 |



Cuidado!!!! Muito cuidado!!!!!!!



Volume específico:

▶ **É definido como o volume ocupado por unidade de massa da substância considerada.**

Símbolo: v

Unidade no SI: m^3/kg

Dimensão: L^3M^{-1}

$$v = \frac{1}{\rho}$$

▶ **O volume específico é mais utilizado em termodinâmica.**

▶ **Fluidos incompressíveis (líquidos) têm massas específicas e volumes específicos constantes.**





Peso específico:

▶ É definido como o peso de uma substância por unidade de volume.

Símbolo: γ

Unidade no SI: N/m^3 ou $\text{kg/s}^2\text{m}^2$

Dimensão: $\text{MT}^{-2}\text{L}^{-2}$

$$\gamma = \frac{mg}{\textit{Volume}}$$

$$\gamma = \rho g$$



▶ $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ é a gravidade ao nível do mar sobre o equador.



Peso específico relativo:

▶ É razão entre o peso específico de um dado fluido e o peso específico da água a temperatura 4°C, para qual a água tem maior massa específica.

Símbolo: γ_r

Unidade no SI: adimensional

Dimensão: 1

$$\gamma_r = \frac{\gamma_{Fluido}}{\gamma_{H_2O@4^\circ C}}$$

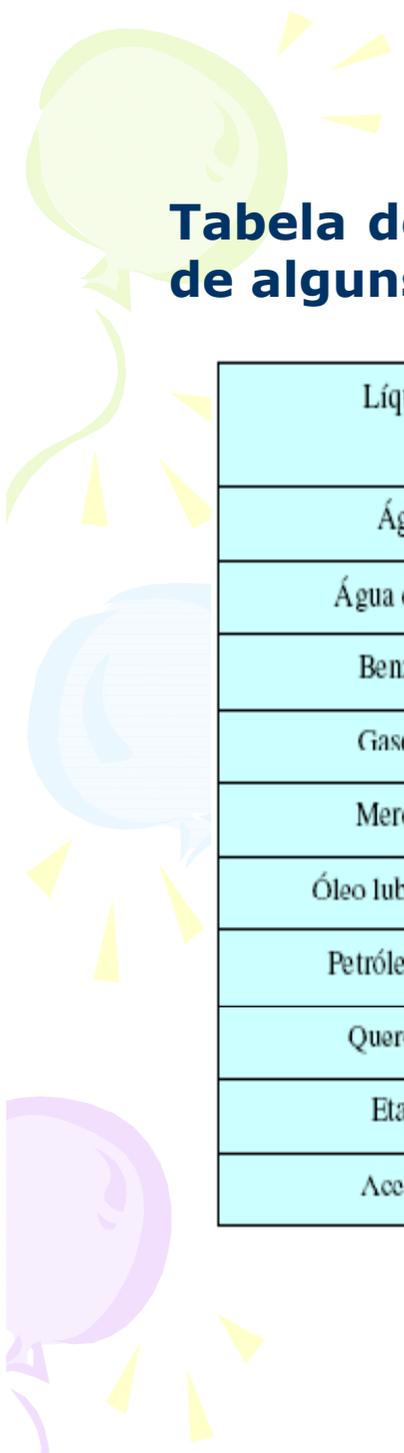


Tabela de massa específica, peso específico e peso relativo de alguns líquidos.

| Líquido | Massa Específica - ρ (kg/m ³) | Peso Específico - γ (N/m ³) | Peso específico Relativo - γ_r |
|-------------------|--|--|---------------------------------------|
| Água | 1000 | 10000 | 1 |
| Água do mar | 1025 | 10250 | 1,025 |
| Benzeno | 879 | 8790 | 0,879 |
| Gasolina | 720 | 7200 | 0,720 |
| Mercúrio | 13600 | 136000 | 13,6 |
| Óleo lubrificante | 880 | 8800 | 0,880 |
| Petróleo bruto | 850 | 8500 | 0,850 |
| Querosene | 820 | 8200 | 0,820 |
| Etanol | 789 | 7890 | 0,789 |
| Acetona | 791 | 7910 | 0,791 |

Densidade de um Fluido:

▶ É definida como a razão entre a massa específica do fluido e a massa específica da água numa certa temperatura. Usualmente, é considerada a temperatura de 4°C, para qual a água tem maior massa específica.

Símbolo: SG (Specific Gravity)

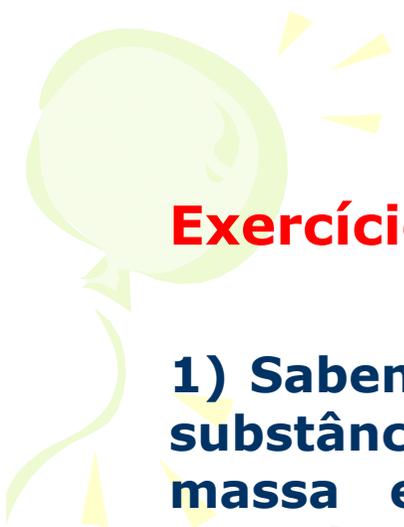
Unidade no SI: adimensional

Dimensão: 1

$$SG = \frac{\rho_{Fluido}}{\rho_{\text{água}@4^{\circ}C}}$$

▶ ρ , γ e SG são independentes \Rightarrow conhecendo-se um, é possível calcular os outros.

▶ De acordo com a definição de SG , não faz sentido utilizá-la para gases.



Exercícios:

1) Sabendo-se que 1500 kg de massa de uma determinada substância ocupa um volume de 2 m³, determine a sua massa específica, seu peso específico e o seu peso específico relativo. Dados $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.



Massa Específica:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{1500}{2}$$

$$\rho = 750 \text{ kg/m}^3$$

Peso Específico:

$$\gamma = \rho \cdot g$$

$$\gamma = 750 \cdot 10$$

$$\gamma = 7500 \text{ N/m}^3$$

Peso Específico Relativo:

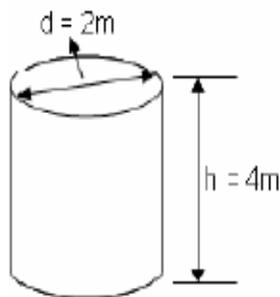
$$\gamma_r = \frac{\gamma}{\gamma_{H_2O}}$$

$$\gamma_r = \frac{7500}{10000}$$

$$\gamma_r = 0,75$$

2) Um reservatório cilíndrico possui diâmetro da base igual a 2 m e altura de 4 m. Sabendo-se que o mesmo está totalmente preenchido com gasolina (ver propriedades da tabela do *slide 48*), determine a massa de gasolina presente no reservatório.

Volume do Reservatório



$$V = A_b \cdot h \rightarrow V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \rightarrow V = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \cdot 4 \rightarrow V = 12,56 \text{m}^3$$

Massa Específica

$$\rho = 720 \text{kg/m}^3 \text{ (obtido na tabela de propriedades dos fluidos)}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V \rightarrow m = 720 \cdot 12,56 \rightarrow m = 9047,78 \text{kg}$$

3) O peso específico de um certo líquido é igual a 85,3 lbf/ft³. Determine a massa específica e a densidade desse fluido no SI.

$$\gamma = 85,3 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}^3}. \text{ Usando a tabela 1.2, } \gamma = 85,3 \times 157,1 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = 13.400 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Massa específica, } \rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{13.400 \text{ N} / \text{m}^3}{9,81 \text{ m} / \text{s}^2} = 1.366 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(lembrando que $N \doteq \text{kgm} / \text{s}^2$)

$$\text{Densidade, } SG = \frac{\rho}{\rho_{\text{água}4^{\circ}\text{C}}} = \frac{1.366 \text{ kg} / \text{m}^3}{1.000 \text{ kg} / \text{m}^3} = 1,366$$

4) A tabela abaixo mostra a variação da massa específica da água (ρ em kg/m^3) com a temperatura na faixa de 20 °C a 50 °C.

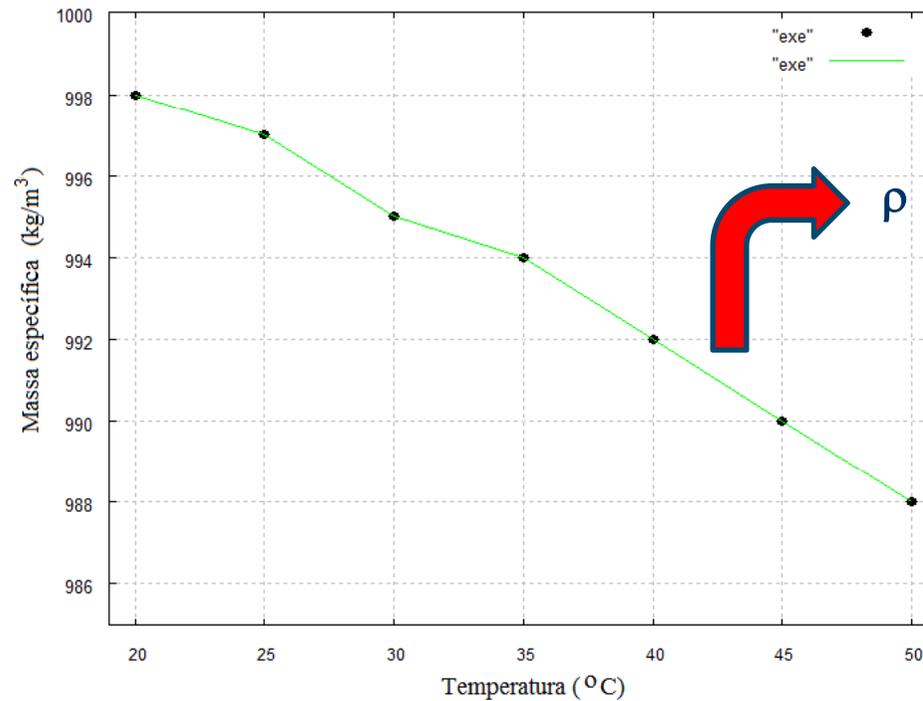
| | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ρ | 998,2 | 997,1 | 995,7 | 994,1 | 992,2 | 990,2 | 988,1 |
| T | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |

Utilize os dados da tabela para construir uma equação empírica do tipo $\rho = c_1 + c_2 T + c_3 T^2$, que forneça a massa específica em função da temperatura nesta faixa. Compare os valores fornecido pela equação com a tabela. Qual o valor da massa específica para a temperatura de 42,1 °C?

Solução

Esse exercício aponta para discussões de caráter experimental.

Após a 1a. coleta de dados (tabela), a construção de um gráfico é útil.



$$\rho = c_1 + c_2 T + c_3 T^2 ?$$

Nosso trabalho é encontrar c_1 , c_2 e c_3 .

Para isso, precisamos resolver, por exemplo, o sistema

$$\begin{cases} 998,2 = c_1 + 20c_2 + 400c_3 \\ 995,7 = c_1 + 30c_2 + 900c_3 \\ 992,2 = c_1 + 40c_2 + 1600c_3 \end{cases}$$

Que nos dá, $c_1 = 995,7$; $c_2 = 0,375$
e $c_3 = -0,0125$

Daí, $\rho = 995,7 + 0,375T - 0,0125T^2$

Em casa, resolva o sistema considerando outros pontos e tente encontrar uma parábola mais adequada.

