



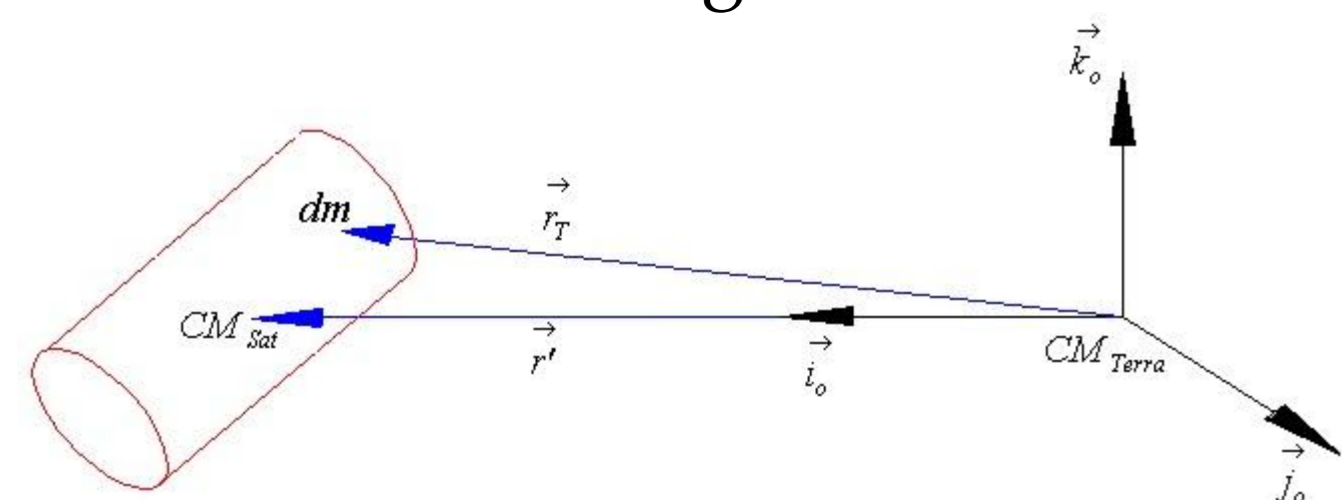
Aluno autor: Nicholas de Freitas O. Matos ; Orientadora: Dra. Maria Cecília Zanardi ; co-autor: Josué Cardozo dos Santos
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá / UNESP

Introdução

O objetivo deste trabalho é determinar regiões de estabilidade ao redor de pontos de equilíbrio para o movimento rotacional de satélites artificiais, utilizando o critério de Routh-Hurwitz¹ (CRH), introduzindo simultaneamente os torques de gradiente de gravidade (TGG) e de pressão de radiação solar (TRS) nas equações do movimento rotacional.

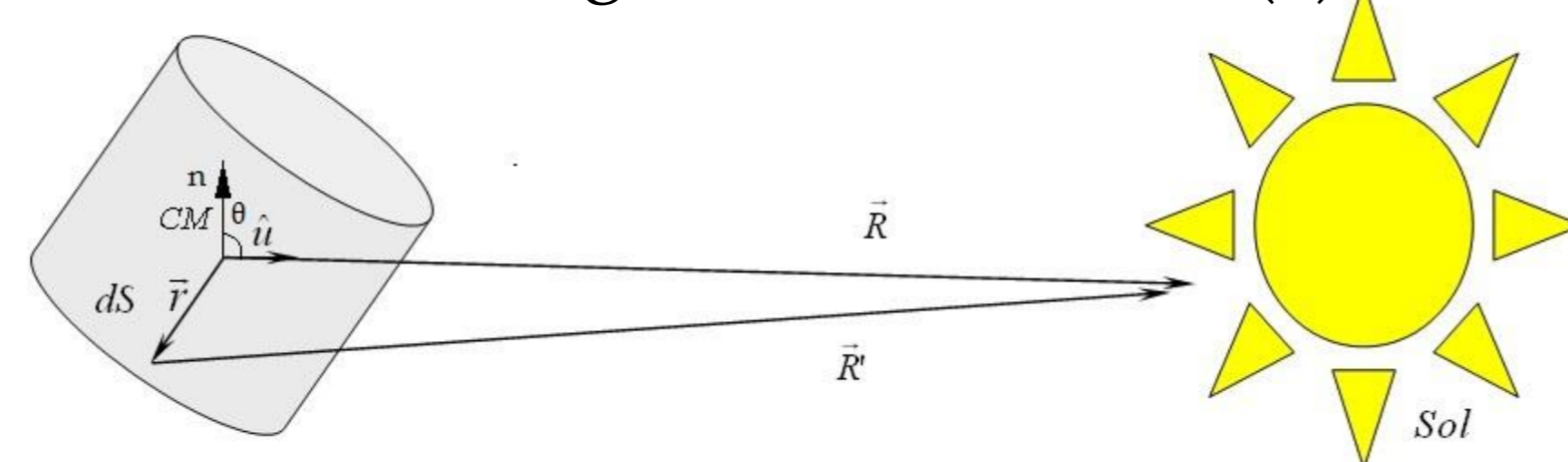
TGG:

A força gravitacional atrai cada elemento infinitesimal de massa de um corpo com uma determinada intensidade e direção, uma vez que cada elemento de massa possui o vetor posição em relação ao centro de massa (CM) da Terra. Assim como mostra a Figura abaixo, a diferença de atração gravitacional em cada elemento de massa gera um TGG.



TRS:

A pressão da radiação solar é gerada pelo contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite, podendo esta absorver ou refletir este fluxo. A taxa de variação da quantidade de movimento de todos os fótons incidentes na superfície do satélite origina a TRS. Para obtermos as componentes do TRS é preciso determinar a direção de incidência da luz (\hat{u}), a direção normal à superfície (\hat{n}), o vetor posição (\vec{r}) do elemento de área dS com relação ao centro de massa (CM) do satélite, o vetor de posição (\vec{R}) do Sol em relação ao elemento de área dS e o ângulo de incidência (θ).



A atitude do satélite é parametrizada em termos dos quatérnions^{3,4} e as equações do movimento descritas pelas 4 equações cinemáticas^{3,4} dos quatérnions e pelas 3 equações de Euler^{3,4} associadas com as componentes da velocidade de rotação do satélite. Aplicações são realizadas com os dados dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados, SCD1 e SCD2, e do satélite americano PEGASUS.

Material e Métodos

Na aplicação do CRH ao movimento rotacional de satélites artificiais existem 7 variáveis envolvidas, sendo necessário linearizar as equações do movimento, em torno da condição de equilíbrio do problema². Saliente-se que as parcelas do TRS e do TGG aparecem nos coeficientes da equação característica associada às equações do movimento rotacional linearizadas. Nos pontos de equilíbrio (Santos, 2011) é aplicado o CRH para a análise da estabilidade, com o auxílio do software MATLAB. Em alguns resultados das simulações observou-se a existência de uma linha de zeros na tabela de Routh, o que se enquadra em um caso especial deste critério, sendo que esta linha deve ser substituída. Nas análises admitiu-se como zeros as grandezas da ordem de 10^{-13} .

De acordo com o algoritmo criado analisamos os autovalores, juntamente com as primeiras colunas da tabela de Routh. Para uma melhor análise dos pontos de equilíbrio foram introduzidas variações nos momentos principais de inércia dos satélites.

Resultados e Discussão

Abaixo apresentamos os resultados obtidos pela simulação do algoritmo usando os pontos de equilíbrio de Santos(2011).

É importante ressaltar que o número de Pontos Estaticamente Estáveis- PEEs encontrado é muito maior que o número de simulações realizadas pelo fato do algoritmo apresentar variações dos Momentos Principais de Inércia, apresentando resultados com diferentes combinações destes.

	Número de Simulações Realizadas: Φ - ângulo de rotação				
	$\Phi = 0^\circ$	$\Phi = 90^\circ$	$\Phi = 180^\circ$	$\Phi = 270^\circ$	TOTAL
Pegasus	28	24	30	25	107
SCD1	24	22	17	24	87
SCD2	24	47	16	24	111
TOTAL	76	93	63	73	305

Número de Pontos Estaticamente Estáveis

	$\Phi = 0^\circ$	$\Phi = 90^\circ$	$\Phi = 180^\circ$	$\Phi = 270^\circ$	TOTAL
Pegasus	188	255	178	26	647
SCD1	53	99	109	36	297
SCD2	75	318	126	25	544
TOTAL	316	672	413	87	1488

Para uma melhor compreensão do que foi realizado, vamos analisar o resultado de uma das simulações a seguir. Seja o seguinte ponto de equilíbrio do satélite de médio porte PEGASUS com ângulo de rotação de 180° e anomalia verdadeira de 270° :

P	$6.533862911120332 \cdot 10^{-4}$ rad/s
Q	$6.120681722690390 \cdot 10^{-4}$ rad/s
R	$6.140250607484091 \cdot 10^{-4}$ rad/s
q1	$6.019330048264207 \cdot 10^{-1}$
q2	$5.637527357791330 \cdot 10^{-1}$
q3	$5.655612350596347 \cdot 10^{-1}$
q4	$-5.261811022751724 \cdot 10^{-9}$

Com valores iniciais dos momentos de inércia sendo:

$$I_{x0} = 3.94992 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2, I_{y0} = 3.38455 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \text{ e } I_{z0} = 1.0306 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2.$$

A partir dele é realizada uma simulação variando os momentos de inércia do satélite de

$$I_x = 0,9 \cdot I_{x0} \text{ até } 1,1 \cdot I_{x0}, I_y = 0,9 \cdot I_{y0} \text{ até } 1,1 \cdot I_{y0}, I_z = 0,9 \cdot I_{z0} \text{ até } 1,1 \cdot I_{z0}.$$

Assim são encontrados pontos ao redor dos pontos de equilíbrio iniciais, que satisfazem a primeira condição, quando na primeira coluna da Tabela de Routh não há trocas de sinais. A partir dos autovalores, portanto, é feita uma segunda análise para satisfazer a segunda condição que é possuir todos os autovalores reais negativos ou com parte imaginária. Quando as duas condições eram satisfeitas, os momentos principais de inércia eram armazenados.

A partir da simulação realizada foram encontrados 3 combinações de Momentos de inércia, que correspondem a três PEEs distintos, que caracteriza a região de estabilidade ao redor do ponto de equilíbrio considerado, sendo dados por:

Momentos Principais de Inércia (Kg*m ²)		
I_x	I_y	I_z
$3,159936 \cdot 10^5$	$3,646095 \cdot 10^5$	$9,2754 \cdot 10^4$
$3,159936 \cdot 10^5$	$3,646095 \cdot 10^5$	$1,017540 \cdot 10^5$
$3,159936 \cdot 10^5$	$3,646095 \cdot 10^5$	$1,107540 \cdot 10^5$

Conclusões

Com o estudo detalhado sobre o CRH e análise de vários pontos de equilíbrios, variando seus momentos de inércia, foi possível encontrar alguns Pontos Estaticamente Estáveis. Os resultados foram também confirmados através do cálculo dos autovalores, os quais nestes casos possuíam parte imaginária não nula e/ou parte real negativa.

Bibliografia

- OGATA, K. **Engenharia de Controle**. Tradução de Ivan José de Albulquerque, Rio de Janeiro: Prentice Hall do Brasil, 2ª Ed., 1993.
- SANTOS, J. C. **Análise da Estabilidade do Movimento Rotacional de Satélites Artificiais com Quatérnions e sob a Influência de Torques Externos**, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Guaratinguetá, 2011.
- ZANARDI, M.C. **Dinâmica da atitude de satélites artificiais**. 2005. Tese de Livre Docência, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá,
- WERTZ, J.R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London, Reidel, vol. 73, 1978.

Agradecimentos